

2-2-Gyorsuló mozgások: kör- és bolygómozgás

Körmozgás

- .1)** Forgó kerék két, ugyanazon sugáron lévő pontjának sebessége 13 m/s illetve 7 m/s. Mekkora a kerék szögsebessége, ha a két pont távolsága 30 cm? **(20/s)**
- .2)** Egy kerék 10-et fordul percenként. Mekkora a tengelyhez viszonyított gyorsulása azon pontjának, amely a forgástengelytől 20 cm-re van? **(0,219 m/s²)**
- .3)** Mekkora a repülőgép légszár legfelső pontjának földhöz képesti sebessége, ha a repülő 120 km/h sebességgel gurul a talajon, és a légszár fordulatszáma 600 min⁻¹? A légszár legfelső pontja a tengelytől 1,5 m-re van. **(99,97 m/s)**
- .4)** Függőleges síkban forgatott parittyá 40 cm-es kötele éppen úgy szakad el, hogy a kő függőlegesen felfelé repül, 25 m magasra. Mekkora volt a parittyá fordulatszáma az elszakadás pillanatában? **(8,9/s)**
- .5)** Egy gépkocsi 21,6 km/h sebességgel *egyenletesen* halad, *csúszásmentesen* gördülő kerekének átmérője 60 cm.
- a) Mekkora a kerék szögsebessége? **(20,0 1/s)**
 - b) Mekkora a kerék legfelső, legalsó, illetve a tengellyel egymagasságban lévő kerületi pontjainak talajhoz képesti sebessége? **(12,0 m/s; 0,00 m/s; 8,49 m/s)**
 - c) ...és a talajhoz képest gyorsulásai? **(120 m/s²)**
- .6)** Körhinta kötele a forgástengelyre merőleges tartórúdon, a tengelytől 1,5 m távolságra van rögzítve. A köté 4 m hosszú, és forgás közben 30 fokos szöget zár be a függőlegessel. Mekkora a hintakosár kerületi sebessége, szögsebessége, gyorsulása, ha percenként 12-szer fordul körbe? **(4,40 m/s; 1,26/s; 5,53 m/s²)**
- .7)** Motorkerékpár álló helyzetből indulva, egyenletesen növekvő sebességgel, 20 m sugarú, vízszintes síkú körpályán halad. Érintő irányú gyorsulásának nagysága 2 m/s². Mennyi idő múlva lesz gyorsulásának nagysága kétszerese a kezdőértéknek? Mekkora szöget zár be ekkor a gyorsulás iránya a sebesség irányával? **(4,162 s; 60°)**
- .8)** 2 m sugarú pályán 40/s² szöggyorsulással indul egy test.
- o Mennyi idő múlva lesz a centripetális gyorsulása tízszer akkora mint az érintő irányú gyorsulása? Mekkora ekkor a gyorsulásvektor és a sugár szöge? **(0,5 s; 5,71°)**
 - o Hányat fordult eddig a pillanatig, és mekkora most a fordulatszáma? **(0,796 fordulat; 3,18/s)**
- .9)** Egy 1,5 m sugarú körpályán mozgó test szögelfordulása $\alpha = 0,1/s^3 \cdot t^3 + 4/s \cdot t + 3$ függvénye az időnek. A $t = 2$ s időpillanatban...
- o ...mekkora szögelfordulása, szögsebessége, szöggyorsulása..., **(11,8; 5,20/s; 1,20/s²)**
 - o ...sebessége, gyorsulásának pályamenti és centripetális komponense? **(7,80 m/s; 1,80 m/s²; 40,56 m/s²)**
- .10)** Egy test körpályán halad. A körív mentén megtett útja: $s = 0,5 m/s^2 \cdot t^2 + 2 m/s \cdot t$. A $t = 2$ s és $t = 5$ s-os időpillanatokhoz tartozó gyorsulások nagyságának aránya 1:2. Mekkora a körpálya sugara? **(21,42 m)**
- .11)** Vízszintes lapon mozgó 0,5 m hosszúságú rúd középpontjának sebessége 3 m/s, és egy adott pillanatban a rúdra merőleges. A rúd szögsebessége 36 1/s. Mekkora a rúd végeinek sebessége? Hol van a rúdnak az a pontja, melynek sebessége 0? **(12 m/s; -6 m/s; 8,33 cm-re a középponttól)**
- .12)*** Egy gyorsuló kocsi pillanatnyi sebessége 21,6 km/h, de a talajon csúszásmentesen gördülő kerekének szöggyorsulása 25/s² és állandó?
- a) Mekkora a kerék legfelső, legalsó, illetve a tengellyel egymagasságban lévő kerületi pontjainak talajhoz képesti sebességei? **(12,0 m/s; 0,00 m/s; 8,49 m/s)**
 - b) Mekkora a talajhoz képesti gyorsulások az említett pontokban? **(lent, hátul, fent, elöl: 120,0 m/s²; 127,7 m/s²; 120,9 m/s²; 112,7 m/s²)**

.13) Vízszintes talajon csúszásmentesen gördül egy R sugarú korong. Középpontjának sebessége v_0 . Határozzuk meg legalsó, legfelső, valamint jobb- és balszélső pontjainak....

- ... pillanatnyi sebességét, **(0; $2v_0$; $\sqrt{2}v_0$)**
- ... pillanatnyi gyorsulását, **($\frac{v_0^2}{R}$)**
- *.....és azon körök sugarát, melyek e pontban legjobban helyettesítik a pályát. Ezek neve: simulókörök. (A „legjobban helyettesítik” kifejezés azt jelenti, hogy ezen pillanatban a simulókörön való mozgást feltételezve, ugyanaz legyen a hely, a sebesség és a gyorsulás is.) [Vesd össze a a következő kérdéssel!]
(alul 0; felső: $4R$; szélső: $2\sqrt{2}R$)
- *A korong egy kerületi pontja által befutott pálya neve: ciklois. Adjunk képletet arra, hogy mekkora ennek görbületi sugara az egyes pontjaiban! A korong kiszemelt P pontjához húzott sugárnak a lefelé mutató függőlegessel bezárt szögét jelölje ϕ . Mekkora a ciklois görbületi sugara ott, ahol a P pont van rajta? **[$r=4R\sin(\phi/2)$]**

.14)*

- A 60° szög alatt, 30 m/s sebességgel elhajított test pályájának legfelső pontjában mekkora a simulókör sugara? **(22,94 m)**
- Mekkora a simulókör sugara a $t=4 \text{ s}$ -kor? **(54,53 m)**
- *Milyen kezdősebességgel és mekkora szög alatt kell elhajítani egy testet, hogy indításkor a simulókör 27-szer nagyobb sugarú legyen, mint a tetőponton. **(70,53°-os szögben)**
- *Adjunk képletet, mely az idő függvényében megadja a simulókör sugarát! **($r(t) = \frac{v^3(t)}{v_0 g \cdot \cos \alpha}$)**

Bolygómozgás

.15) A Föld felszínhez közeli körpályára szeretnénk állítani egy testet, melyet ezért vízszintesen, kis magasságból lövünk ki. Mekkora legyen a kilőtt test sebessége („első szökési sebesség”)? A Föld sugarát 6370 km -nek, g értékét $9,81 \text{ m/s}^2$ -nek vegyük.

(Útmutatás: Tekintsünk egy rövid Δt időtartamot! Ezalatt a vízszintesen kilőtt test gravitáció hiányában $v_0 \Delta t$ utat tenne meg, ám a gravitáció miatt $1/2 g (\Delta t)^2$ távolsággal esik a Föld középpontja felé.) **($v = \sqrt{gR} = 7905 \text{ m/s}$)**

.16) Közismert, hogy a Holdnak mindig ugyanazt az oldalát látjuk a Földről. A Hold keringési ideje a Föld körül 27,3 nap.

- Mennyi idő telik el a Holdon két napfelkelte között? **(29,5 nap)**
- És két földfelkelte között? **(∞)**
- Mennyi idő telik el a Földön két azonos holdfázis között? **(29,5 nap)**

.17) A távközlési célú „geostacionárius műhold” az Egyenlítőnek mindig ugyanazon pontja fölött kering.

- Miért nem lehet ilyen műholdat Zalaegerszeg felett keringetni?
- Milyen magasan kering a Föld felszíne fölött a geostacionárius műhold, ha a Hold távolsága a Föld középpontjától $384\,400 \text{ km}$, keringési ideje 27,3 nap, a Föld sugara pedig 6370 km ? **(36 028 km)**
- Mekkora látószög alatt látszik a Föld a Holdról illetve a távközlési műholdról? **(1,90°; 17,28°)**

.18) A Föld körüli Nemzetközi Űrállomás körpályájának felszín feletti magassága 380 km körüli. Mennyi a keringési ideje? (Útmutatás: A Holddalnál $384\,400 \text{ km}$, 27,3 nap) **(91,5 perc)**

.19) Mekkora a Föld középpontjától mért távolságok aránya a Nemzetközi Űrállomás és a geostacionárius műholdak esetén, ha a Nemzetközi Űrállomás a Földet 92 perc alatt kerüli meg? **(1: 6,26)**

.20) Az 1958-ban felbocsájtott Vanguard-1 műhold még mindig a Föld körül kering (bár már nem lehet vele kommunikálni). Pályájának földfelszínhez legközelebbi pontja 654 km , legtávolabbi pontja 3969 km -re volt eleinte. A Föld sugara 6370 km .

- Mekkora a műhold fél-nagy tengelye? **(8 682 km)**
- Mekkora a Vanguard-1 keringési ideje az ellipszispályán, ha a geostacionárius műhold a föld középpontjától $42\,100 \text{ km}$ -re kering körpályán? **(134,8 perc)**
- Mennyi idő alatt teszi meg a műhold az ellipszispályának a negyedét, ha földközeli-ponttól indul, illetve, ha földtávol-ponttól indul? Az ellipszis területképlete: $t = a \cdot b \cdot \pi$. **(29,53 perc; 37,87 perc)**
- A Vanguard-1 sebessége földtávolban v_f . Mekkora a sebessége földközeli, és mekkora a két pont között félúton? **(1,481 v_f ; 1,217 v_f)**

- e) Mutassuk meg, hogy a műhold keringése során a nagytengely végpontjaiban mért sebességek mértani közepe éppen a kistengely végpontjaiban mért sebességet adja. $\left(v_1; \quad v_2 = v_1 \frac{a+c}{a-c}; \quad v_3 = v_1 \sqrt{\frac{a+c}{a-c}} \right)$

.21) Pontszerű, M tömegű bolygótól r távolságra, a bolygóhoz viszonyított sebesség nélkül magára hagyunk egy testet. Mennyi idő alatt esik rá a test a bolygóra, ha a bolygó körül r sugarú körpályán keringő műhold T idő alatt kerüli meg a bolygót? **(0,177 T)**

.22) Egy adott pillanatban két műhold halad el egymás mellett. Az elhaladás pillanatában sebességük merőleges a Földet a műholdakkal összekötő egyenesre. A találkozás pillanatában távolságuk a Föld középpontjától 150 000 km. Az egyik műhold keringési ideje 5 nap, a másiké 8 nap. (A műholdak tömege jelentéktelen. A Hold 27,322 nap alatt kerüli meg a Földet, átlagos távolsága a Földtől 384 400 km.)

- .a)** Mekkora a műholdaknak a maximális és a minimális távolsága a Föld középpontjától? **(Egyik 150 000 km, 97 810 km, másik 188 999 km, 150 000 km)**
- .b)** Milyen távol vannak a Föld középpontjától, amikor sebességük éppen párhuzamos azzal az egyenessel, amely a találkozás pillanatában összekötötte a műholdakat a Földdel. **(123 905 km, 169 499 km)**
- .c)** Leghamarabb mennyi idő múlva lesz a két műhold a legtávolabb egymástól? Mekkora ez a távolság? **(20 nap; 338 999 km)**